

## Cours rhéologie – Exercices session 3

Réponses numériques en bleu

### 3.1. Energie dissipée lors d'un chargement sinusoïdal

Démontrez que seule la complaisance hors phase  $J''$  est responsable de la dissipation d'énergie lors d'un cycle de chargement sous contrainte sinusoïdale imposée pour un matériau viscoélastique.

### 3.2. Energie dissipée lors d'un régime dynamique

Une fibre d'une longueur de 1 m et d'une section de  $1 \text{ mm}^2$  est représentée par un modèle SLSM avec les paramètres  $E_I$ ,  $E_{II}$  et  $\eta$  et accrochée avec un élément élastique  $E_x$  comme le montre la Figure 3.1. Calculez l'énergie dissipée dans le système après une heure sous un régime dynamique d'une amplitude de 1 N et à une fréquence de 1 Hz, avec les données suivantes :

$$E_x = 1500 \text{ MPa}, E_I = 200 \text{ MPa}, E_{II} = 500 \text{ MPa} \text{ et } \eta = 10^4 \text{ MPa}\cdot\text{s}$$

L'énergie dissipée est de 0.18 J

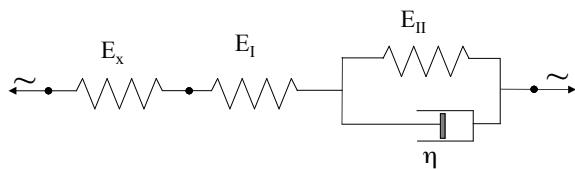


Figure 3.1. Modèle SLSM en série avec un élément élastique.

### 3.3. Energie dissipée en flexion simple

Une poutre viscoélastique, de longueur  $L = 300 \text{ mm}$  et de section  $B = 30 \text{ mm} \times H = 10 \text{ mm}$  en appui simple à ses extrémités est chargée en son centre selon sa hauteur  $H$  avec une force de 25 N et à une fréquence de 80 Hz comme schématisé à la Figure 3.2 (chargement en flexion ‘trois-points’ ... consultez le cours de résistance des matériaux pour trouver une expression de la contrainte dans la poutre). Les complaisances en phase et hors phase du matériau sont égales à  $J' = 2.518 \cdot 10^{-4} (\text{MPa})^{-1}$  et  $J'' = 0.1323 \cdot 10^{-4} (\text{MPa})^{-1}$ , respectivement. Déterminez l'énergie dissipée par la poutre en 1 h.

La réponse est 5'050 J.

Quelle serait cette énergie si l'échantillon était tourné de  $90^\circ$  et testé selon sa dimension  $B$  ? Expliquez brièvement ce résultat.

La réponse est 561 J.

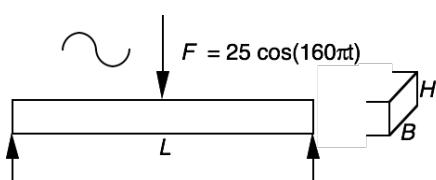


Figure 3.2. Géométrie de chargement en flexion trois-points de l'échantillon ( $L = 300 \text{ mm}$ ,  $B = 30 \text{ mm}$ ,  $H = 10 \text{ mm}$ ).

### 3.4. Rhéométrie oscillatoire d'un polypropylène de type SLSM

On considère un échantillon en polypropylène, qui suit une loi linéaire standard (SLSM), avec les paramètres suivants :  $E_1 = 1000 \text{ MPa}$ ,  $E_2 = 2500 \text{ MPa}$  et  $\eta = 150 \text{ MPa.s}$ .

On place ce matériau dans un rhéomètre pour déterminer son comportement dynamique, à *contrainte imposée*, et à la même température, mais avec deux fréquences de chargement différentes,  $\omega_1 = 500 \text{ rad/s}$ , et  $\omega_2 = 6.28 \text{ rad/s}$ .

a) Trouvez pour chaque fréquence, les valeurs de  $E'$  et de  $E''$ .

Pour  $\omega_1 = 500 \text{ rad/s}$ ,  $E' = 999.6 \text{ MPa}$  et  $E'' = 75'083 \text{ MPa}$

Pour  $\omega_2 = 6.28 \text{ rad/s}$ ,  $E' = 740.6 \text{ MPa}$  et  $E'' = 7'574 \text{ MPa}$

b) Si on impose une contrainte de 10 MPa, pour un volume d'échantillon de  $1 \text{ cm}^3$ , quelle est l'énergie dissipée en une heure pour chacun des cas ?

Pour  $\omega_1 = 500 \text{ rad/s}$  :  $\Delta W = 1199 \text{ J}$  et pour  $\omega_2 = 6.28 \text{ rad/s}$  :  $\Delta W = 149 \text{ J}$

### 3.5. Superposition temps – température

La Figure 3.3 montre la relaxation d'un polymère à différentes températures.

a) Décrivez brièvement le principe de superposition temps-température.

b) En utilisant le graphique, calculez le coefficient de translation  $a_T$  en fonction de la température, pour une température de référence de  $25^\circ\text{C}$ . Quelle est l'énergie d'activation obtenue, en supposant un comportement d'Arrhenius ? ( $R = 8.31 \text{ J/mol.K}$ ).

On trouve  $E_a \sim 90 \text{ kJ/mol}$ .

c) Reconstruisez sur le graphique la courbe maîtresse pour la relaxation de ce matériau à  $25^\circ\text{C}$ . En utilisant cette courbe maîtresse, calculez les coefficients du modèle SLSM.

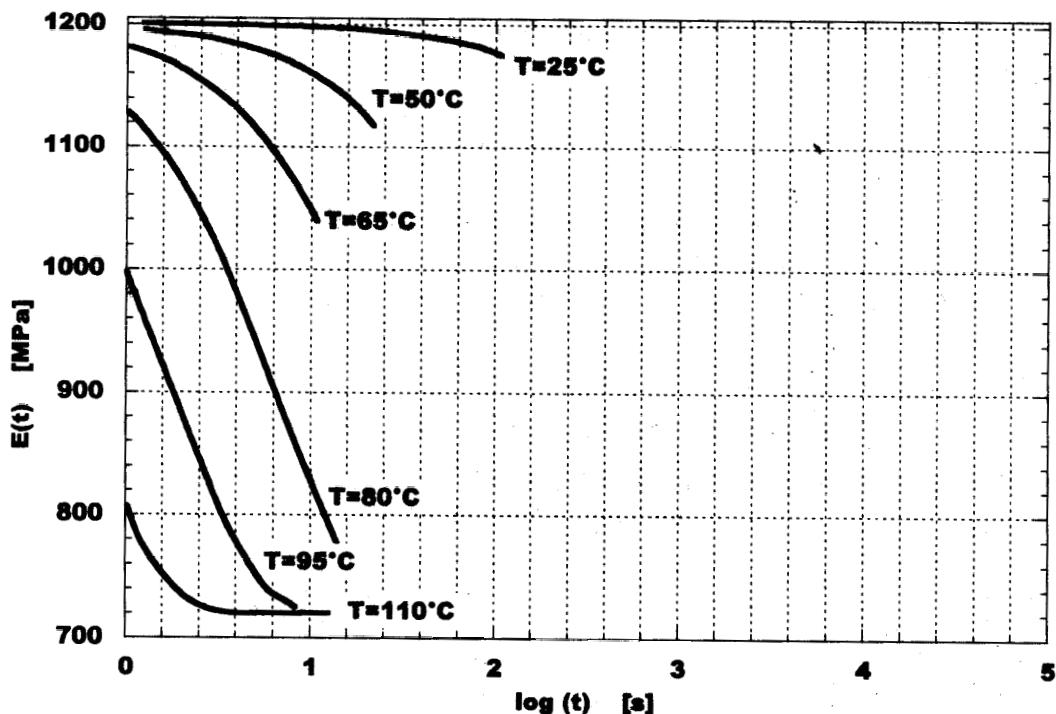


Figure 3.3. Résultats d'essais de relaxation à différentes températures.

### 3.6. Rebond d'une balle viscoélastique

Une balle viscoélastique est lâchée d'une hauteur  $h_0$  de 1 m sur un sol rigide. A quelle hauteur  $h$  rebondit-elle ? La balle est en caoutchouc avec un module de stockage  $E' = 1.2 \text{ MPa}$  et un module de perte  $E'' = 0.15 \text{ MPa}$  et elle pèse 22 g.

On cherchera une réponse approximative, en négligeant les frottements de l'air et sur le sol lors de l'impact.

La hauteur du rebond est  $h = 60.7 \text{ cm}$

